Title	地震の確率セルオートマトンモデル(レオロジー、破壊、地震、他,複合系II要素と全体-現象論の視座-,研究会報告)
Author(s)	佐藤, 和弘
Citation	物性研究 (1996), 65(5): 800-804
Issue Date	1996-02-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/95654
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

地震の確率セルオートマトンモデル

青森公立大　　佐藤和弘

Pobablistic Cellular Automaton Model of Earthquake
Aomori Public College　SATOH, Kazuhiro
ksatoh@bb.nebuta.ac.jp

1 序

地球上の顕著な地震帯は、プレートの相対運動によって作られる断層に沿って分布している。断層には一定の割合でストレスが蓄積されるので、やがて断層は破壊（すべり）を起こし、解放されたひずみエネルギーの一部が振動エネルギーに変わって地震動が発生する。定性的にはこの理解でよいとしても、具体的な断層破壊のプロセスにまで踏み込んで、現実的な地震のモデルを組み立てようとすると、そこには多くの問題が残っている。そもそも断層面とはどのような性質を持った接触面なのか、そこで破壊はどのように始まるのか、破壊はどのように進行しまた止まるのか、破壊の規模と地震の規模との関係は、などなど重要な情報の多くが、依然として不明なままである。現在提唱されている地震のモデルは、いずれも大胆な仮説と単純化に基づくものであり、その正当性を直接検証する手立てはないといってよい。単純すぎるモデルは、地震という複雑な現象の本質を見失なう恐れもある。地震の振舞いをよく再現するとされるいくつかのモデルも、たぶん地震という現象の一側面を捕らえているに過ぎず、その中のどれが決定的というものではない。

地震のモデルの良し悪しを判断する基準の一つは、古くから知られている地震の統計法則である。すなわち、マグニチュードMの地震の頻度nは、

$$\log n\,(M) = a - bM$$

という関係式で与えられる（グーテンベルグーリヒターの式）。最近はMの代わりに地震のモーメントmを用いて地震の規模を表わす場合が多い。mは破壊された断層面の大きさｘすべりの大きさに比例し、Mとは $M = \log m$ という関係がある（経験則）。ＧＲの式をmを用いて表わすと

$$n(m) \propto m^{-\tau}$$

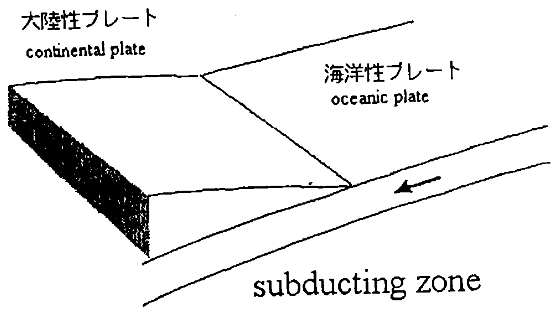

図1　もぐり込み領域の概念図

というベキ則が得られる。この種のベキ則が存在するということは、地震という現象が一種の臨界現象（mについてスケール不変）であることを意味する。ここで $\tau = b + 1$ であり、地域を特定すれば、M=3～8という広いレンジにわたってbは一定値をとる。地震活動が活発なもぐり込み領域の断層や横ずれ断層では、bの値が0.8～1.2の範囲にあり、プレートが湧き出る海嶺ではbの値が1.2を越える。また小さな断層が多数散在する内陸部の地震では、一般にbの値が小さい（0.4～0.6）ことが知られている。実はMの観測値が、物理実験室で得られるデータ並に高い信頼性を持つとは言えないので、bの値の精度、さらに

ＧＲ則の成立そのものにもまったく疑問がないわけではない。しかし多くの研究者は、臨界性を地震のもっとも重要な性質の一つとみなしている。そこで我々が知りたいのは、なぜ地震において臨界性が成り立つのか、bの値は本当は一定なのか（ユニバーサリティがあるのか）、それとも観測事実が示すように地域に依存して変化するのか、変化するとすれば何故かという問いに対する答えである。これらは、ＧＲ則の発見から40年以上たった今現在も、未解決の問題である。

2 モデル

ここで紹介する我々の地震のモデルも、他のモデル同様大胆な仮説と単純化に基づくものである。地震の原因は断層面の破壊にあるので、以下破壊のプロセスにのみ注目する（破壊の結果、どのような地震動が発生するのかは別のテーマとする）。

図１は、海洋性プレートが大陸性プレートの下へもぐりこんでいく様子を概念的に示したものである。この2次元の断層面で起こる破壊現象を、思い切って単純化する。まず断層面を均等なセルに分割する（空間の粗視化）。さらに時間も離散（粗視）化して、単位時間に単位距離だけ海洋性プレートのもぐりこみが進行するとする。実際の断層には異方性があるだろうし、また断層の浅い部分と深い部分とでは接触の性質も変わるだろう。しかし簡単のために各セルの性質はすべて同じと仮定する。

各セルには一定の割合でストレスが蓄積されてゆく。やがてセルの破壊（すべり）が起こるわけであるが、一般に破壊現象は再現性が乏しいことに注意しよう。すなわちどれほど外的条件を揃えても、破壊を招くひずみの限界値が一定値になることはなく、常にある平均値の周りにバラついている。セルにおける破壊においてもこの種の不確実性が伴なうと仮定し、破壊の確率は蓄積されたストレスの大きさに依存して決まるとする（図２にその確率関数を示す）。ここで破壊のあいまいさを特徴づけるパラメータΔを導入した。やがてあるセルが最初に破壊を起こしてストレスを解放する。するとその4つの近傍セルには、瞬時になんらかの影響が及ぶであろう。そしてその結果近傍セルのいくつかがさらに破壊を起こし、さらにその近傍セルにも連鎖反応（なだれ）的に破壊が進行していく可能性がある。

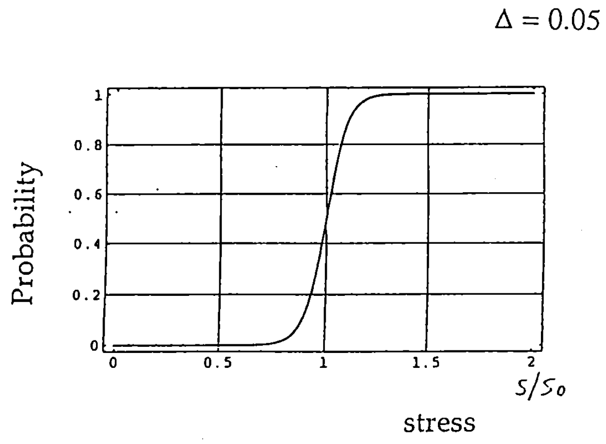

図2　セル破壊の確率　Δはあいまいさの幅

ところが、破壊を起こしたセルのストレスの値がどう変わるのか、解放されたひずみエネルギーがどのように地震の振動エネルギー、近傍セルの弾性エネルギー、そして熱エネルギーに再分配されるか、などという肝腎なことが実はなにもわかっていない。そこでここでは詳細には立ち入らず、破壊の進行をセルオートマトンの力学（という一種のルール）として再現することを試みる。まず（離散的な）時刻tにおいて、すべてのセルのストレス値を単位値１だけ増加させる。次にランダムにセルを選び、セルの破壊確率Pを計算し、発生させた疑似乱数Rと比較してセルの破壊が起きるかどうかを決める。最初に破壊を起こすセル（トリガーセル）のストレスは０値に戻ると仮定する。その結果、近傍の４セルのストレスが一時的に増加すると仮定し、それを

$$s_j' \;\; -> \;\; s_j + \alpha\, s_i$$

とおく。ここでs_iはトリガーセルが解放したストレス、s_jは近傍セルのストレス、s_j'は一時的に増加したス

トレスである。ここで重みαは、破壊の進行のし易さを特徴づけるために導入した恣意的パラメータである。一時的なストレス値s_j'は、破壊確率を計算する時だけの「仮の値」である。近傍セルに破壊が広がるかどうかは、s_j'の値を用いて破壊確率を計算し、発生乱数と比較するという同様の手続きで決める。4近傍について順にこの手続きを行なう（順序は問題にならない）。もし近傍セルの破壊が起これば、その（それらの）セルのストレス値を0に戻す。これが1st stageである。2nd stageは1st stageで破壊を起こした近傍の（まだ破壊されていない）セルに対して同じ手続きを繰り返すことで始まる。この連鎖（なだれ的破壊）はやがてどこかのstageにおいて、すべての候補セルが破壊を起こさなかった時に終了する。こうしてトリガーセル（震央）から発生した破壊の広がり（地震の規模）が決まる。この連鎖破壊によって解放されたセルストレス値の総和が、地震のモーメントmに比例する。

再びランダムにセルを選び、もしそのセルがトリガーならば上記のプロセスを繰り返して破壊領域の大きさを決める。システムサイズがNセルなら、このランダムなトリガーセル探しはN回行なう（1ラウンド）。1Rのなかで1回も破壊が起きないこともあれば、数回（トリガーが数個）破壊が起きることもある。次のラウンドの初めに時刻を1単位進め、各セルのストレスを1単位増加させる。あとは同じプロセスの繰り返しである。なお、シミュレーションは周期的境界条件のもとで行なう。各セルにはランダムな初期ストレス値を与える。やがてこの初期状態による履歴は消えるので、その後長時間破壊のシミュレーションを継続する。発生する地震のモーメントmは系の微視的状態に依存し、さまざまな分布をとる。

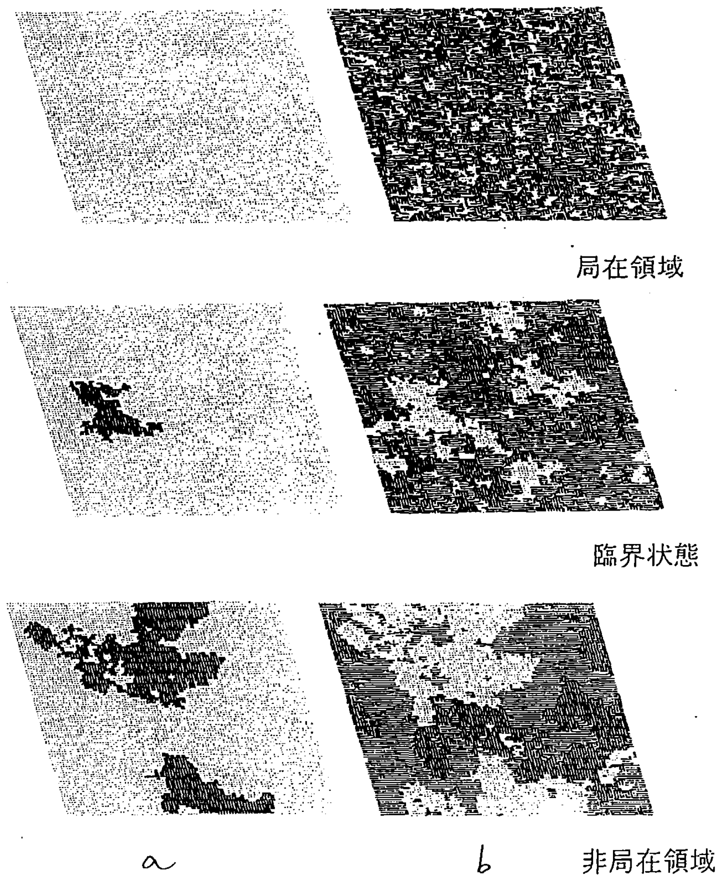

図3　a)破壊によって解放されたストレスの分布
b)セルのストレス分布

3 結果

我々の地震の確率モデルはΔとαという2つのパラメータを持つ。ここで物理的意味づけが難しいのはαである。αは破壊で解放されたストレスの、近傍セルへの分配を決める値であるが、2nd stage以降破壊を起こす候補セルの数は変動する（1〜3）のだから、一定値を与えるということ自体が恣意的なものである。むしろ破壊の進行という複雑なプロセスを、αというパラメーター一つに押し込めてしまったと解釈したい。αの妥当な範囲は1/4〜1と著者は考える。一方Δは0に近いところから0.1までとしてシミュレーションを行なった。

以下、計算機シミュレーションの結果を要約する（システムサイズ100x100）。Δを固定し、徐々にαを増加させる（破壊が進行しやすくする）。αが小さい間は小規模の破壊が極めて頻繁に起き、地震のモーメントmの分布は指数関数的である（破壊の局在化）。一方αがある臨界値を越えて大きくなると、システムサイズに匹敵する大きな破壊が、長い間隔を置いてほぼ周期的に起きるようになる（破壊の非局在

化、その時断層面の平均ストレスの時間変化は鋸歯状に近くなる）。αの臨界値では、小から大までさまざまな規模の破壊が、まんべんなく起きる。図3bに、ある時刻における断層面のストレス分布を3次元のグラフで示す。上から順にそれぞれ局在、臨界、非局在状態に対応する。図3aは、その時刻に破壊を起こしたセルから解放されたストレス（stress drop）の分布である。

図4は、臨界状態で起こった3000回の破壊に対して、トリガーセルの場所と地震の規模mを円（円の中心が震央、円の半径がmに比例）で表わしたものである。さらに規模がmである破壊の頻度分布n(m)を、図5に両対数グラフで表わした。ほぼ2桁の範囲でよい直線関係が得られ、分布はベキ則で与えられることが分かる。同じ計算をΔを変えて行ない、$\Delta\alpha$平面の上で破壊の局在状態と非局在状態とを分ける相図を作ったのが図6aである。図の臨界線上でτの値は単調に変化する。図6bはαの関数として$b=\tau+1$を表わした。1/4〜1の範囲で、bの値は0.8から0.15あたりまで単調に減少する。

4 議論

我々の地震のモデルによれば、bの値はユニバーサルではなく、断層の特徴（パラメータ）に依存して変化する。変化の傾向はαが大きい、すなわち破壊が進行しやすいほどbの値が小さくなり、これは破壊の経験則と一致する。またbをΔの関数として見れば、Δが大きい、すなわち破壊の不確実性が大きいほどbの値が小さい。これは断層の履歴が古く、接触面がこなれて十分滑らかになっている領域ではbの値が小さくなる傾向と、あるいは関連するかも知れない。なお計算で得られたbの値は、観測されているbの値の小さめの範囲をカバーしている。

我々のモデルにはもっと本質的な問題がある。すなわち、我々のモデルが臨界性を示すのは、パラメータがある特別な臨界値を取った時だけである。ではなぜ地球の多くの地震帯において、臨界性が成り立つのであろうか。我々は「自然は臨界を好むから」と答える以外にない。さらに言えば、地球の断層にはさまざまな種類があり、際立った地震を起こさない断層もあれば、逆に40〜100年周期で規則的に巨大地震を繰り返す断層もある。我々のモデルでいえば、前者は破壊の局在状態に対応し、そこでは小さな地震が頻発して蓄積されるストレスが定常的に散逸されている。一方後者は破壊の非局在状態に対応し、そこでは系のサイズ（もぐりこみ領域の広がり）に匹敵する巨大な地震が長い時間間隔でほぼ規則的に繰り返していることになる。

最近提唱されたBakらの自己組織臨界という概念によれば、地震は本来臨界性をそなえたものだということになる。我々の確率モデルと自己組織臨界モデルのどちらが地震の真の姿に近いのかはわからない。ただいずれのモデルにしても、活動の活発な断層が臨界状態にあり、したがって長い時間スケールでの地震発生の予測は不可能である、という結論に変わりはない。

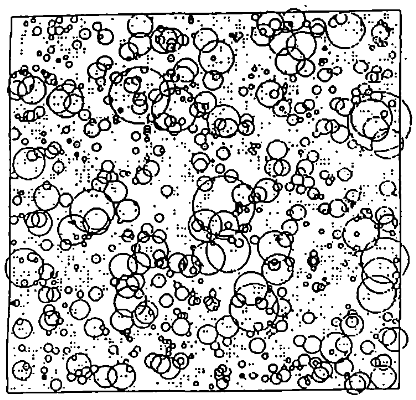

図4　震央の位置と破壊の大きさ
(3000回の地震について)

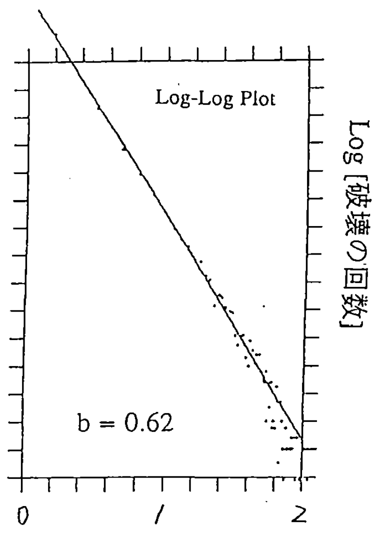

図5　モーメントがmである破壊の回数n(m)

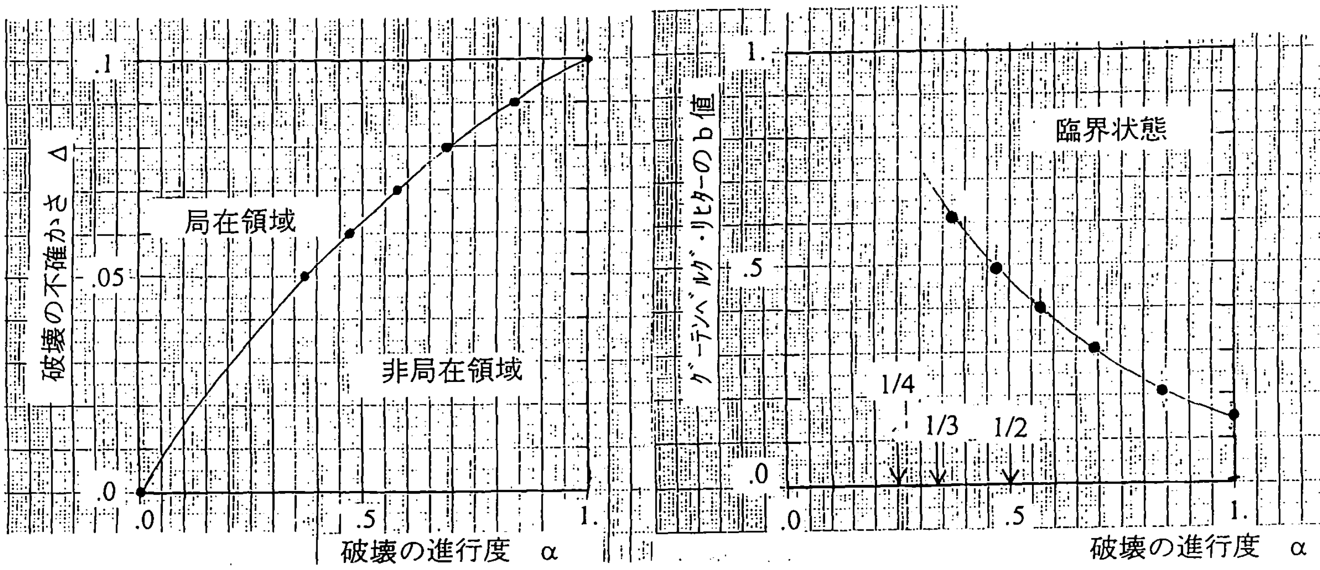

図6 a)破壊の局在領域と非局在領域を分ける相図 b) αの関数として表わしたb値

5 謝辞

地震の研究に取り込む機会を与えてくれたG.Purcaruに感謝する。またこの研究会当時、著者は都立大にサバティカルで滞在しており、岡部研究室のメンバーとの議論が大変参考になったことを付記して感謝したい。

参考文献

地震のテキスト

1 茂木清夫「地震」 1981 東京大学出版会

2 川崎一朗 島村英起 浅田敏 「サイレントアースクェイク」1993 東京大学出版会

3 ショルツ 「地震と断層の力学」 1993 古今書院

自己組織臨界現象としての地震のモデル

1 P.Bak & C.Tang: J.Geophys.Res., 94, 15635-15637, 1989

2 K.Ito & M.Matsuzaki: J.Geophys.Res., 95, 6853-6860, 1990

3 J.M.Carlson & J.S.Langer: Phys.Rev.Lett., 62, 2632-2635, 1989

4 Z.Olami, H.Jacob, S.Feder & K.Christensen: Phys.Rev.Lett., 68, 1244-1247, 1992